CH P5 – Mouvement dans un champ uniforme

Programme officiel :

Thème 2 : Mouvement et interactions

Notions abordées en classe de première (enseignement de spécialité et enseignement scientifique) :
Vecteur position, vecteur vitesse, variation du vecteur vitesse, …
Vecteur position, vecteur vitesse, variation du vecteur vitesse, notion de champ, exemples de forces, lien entre forces extérieures et variation du vecteur vitesse, énergies cinétique, potentielle et mécanique, travail d'une force, …

2. Relier les actions appliquées à un système à son mouvement

Notions et contenus	Capacités exigibles Activités expérimentales support de la formation
Deuxième loi de Newton Centre de masse d'un système. Référentiel galiléen. Deuxième loi de Newton. Équilibre d'un système.	Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée. Discuter qualitativement du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié. Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situations variées pour en déduire : - le vecteur accélération du centre de masse, les forces appliquées au système étant connues ; - la somme des forces appliquées au système, le mouvement du centre de masse étant connu.
Mouvement dans un champ uniforme Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme. Champ électrique créé par un condensateur plan. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme. Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées. Aspects énergétiques.	Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est plan. Établir et exploiter les équations horaires du mouvement. Établir l'équation de la trajectoire. Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique créé par un condensateur plan, son expression étant donnée. Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées. Exploiter la conservation de l'énergie mécanique ou le théorème de l'énergie cinétique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme. *Utiliser des capteurs ou une vidéo pour déterminer les équations horaires du mouvement du centre de masse d'un système dans un champ uniforme. Étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique.* **Capacité numérique :** Représenter, à partir de données expérimentales variées, l'évolution des grandeurs énergétiques d'un système en mouvement dans un champ uniforme à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur. **Capacités mathématiques :** Résoudre une équation différentielle, déterminer la primitive d'une fonction, utiliser la représentation paramétrique d'une courbe.

CH P5 – Mouvement dans un champ uniforme

Préambule :

Dans ce chapitre il n'y a pas vraiment de grandes nouveautés. Les notions ont été vues en seconde et en première, ce qui change c'est la mise en application grâce au chapitre précédent pour obtenir les équations horaires du mouvement.

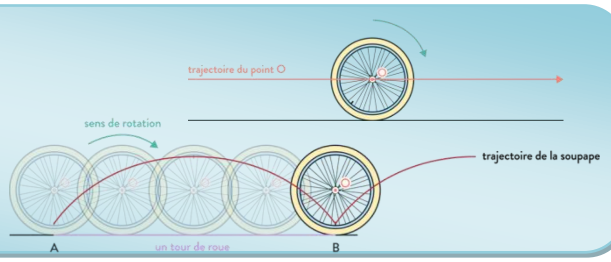
1. Lois de Newton

1.1. Référentiel galiléen et système

1.1.1. Centre de masse

En seconde nous avons vu que pour étudier le mouvement d'un système, on simplifie en ne considérant qu'**un seul point** de ce système. Suivant le point choisi il y a alors éventuellement une perte d'information.

Exemple d'une roue de vélo :
Deux trajectoires différentes pour le même mouvement suivant si l'on prend le centre de la roue ou la valve en périphérie.



Dans la suite de notre cours nous choisirons comme point d'étude le **centre de masse** du système qui correspond au centre géométrique des masses (appelé aussi **centre d'inertie** et confondu avec le **centre de gravité** G dans un champ de pesanteur uniforme).

En prenant des objets simples, on considèrera souvent le centre de masse comme le centre géométrique du système.

1.1.2. Référentiel galiléen

Un référentiel est dit **galiléen** si le principe d'inertie (vu en seconde) est vérifié dans ce référentiel.

Exemples :
- le référentiel héliocentrique ;
- le référentiel géocentrique pour quelques heures pour négliger la révolution autour du Soleil ;
- un référentiel terrestre pour quelques minutes pour négliger la rotation de la Terre ;
- tout référentiel en **translation rectiligne uniforme** par rapport à un référentiel galiléen.

Remarque : Tout référentiel qui tourne, ralentit ou accélère par rapport à un référentiel galiléen n'est pas un référentiel galiléen.

1.2. Deuxième loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de la masse du système par l'accélération de son centre de masse :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \overrightarrow{a_G}$$

Cette formule s'applique à condition que la masse m soit constante.

Remarque : Cette loi a été vue en 1ère sous la forme : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

1.3. Rappel des autres lois de Newton

1.3.1. 1ère loi de Newton

Il s'agit en fait du **principe d'inertie** vu en seconde :

Un système persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme si les forces qui s'exercent sur lui se compensent.

On peut inclure cette 1ère loi dans la 2ième. En effet, si les forces se compensent alors $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$. Comme m ≠ 0 alors cela implique que $\overrightarrow{a_G} = \vec{0}$. Une accélération nulle signifie soit que le système est immobile, soit qu'il est en mouvement rectiligne uniforme.

1.3.2. 3ième loi de Newton

Il s'agit en fait du **principe des actions réciproques** vu en seconde :

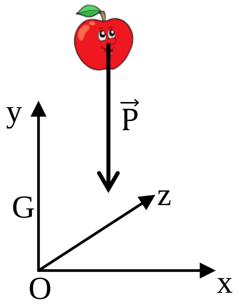
Si un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A/B}$ alors le corps B exerce sur A une force $\vec{F}_{B/A}$ de même direction, de même intensité mais de sens opposé : $\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$

2. Mouvement dans un champ uniforme

2.1. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

On appelle chute libre le mouvement d'un corps qui n'est soumis qu'à son poids.

2.1.1. Chute libre sans vitesse initiale



Etudions la chute libre d'une pomme dont le centre de masse est le point G.

Système : la pomme de masse m.

<u>Référentiel</u> : terrestre supposé galiléen

<u>Bilan des forces</u> :
- Poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$;
- Poussée d'Archimède : négligée devant $\vec{P}$;
- Forces de frottement de l'air : négligées pour une petite hauteur de chute.

<u>Application de la 2° loi de Newton</u> :

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \overrightarrow{a_G}$ $\qquad$ $\vec{P} = m \times \overrightarrow{a_G}$ $\qquad$ $m\,\vec{g} = m\,\overrightarrow{a_G}$

d'où $\vec{g} = \overrightarrow{a_G}$

Par projection sur les 3 axes on a donc : $\overrightarrow{a_G} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \\ a_z(t) = 0 \end{cases}$

$\overrightarrow{a_G} = \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ donc par intégration on obtient $\overrightarrow{v_G} \begin{cases} v_x(t) = v_{0x} \\ v_y(t) = -g\,t + v_{0y} \\ v_z(t) = v_{0z} \end{cases}$

v_{0x}, v_{0y} et v_{0z} sont des constantes et correspondent aux composantes du vecteur vitesse à l'instant initial (t = 0). Dans ce cas de chute libre sans vitesse initiale, elles sont toutes nulles.

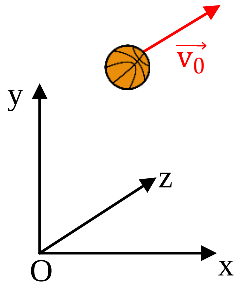
D'où : $\overrightarrow{v_G} \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -g\,t \\ v_z(t) = 0 \end{cases}$

Enfin, $\overrightarrow{v_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc avec une deuxième intégration on obtient : $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = x_0 \\ y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + y_0 \\ z(t) = z_0 \end{cases}$

x_0, y_0 et z_0 sont des constantes et correspondent aux coordonnées du point G à l'instant initial (t = 0).

Le mouvement ne se déroule donc que selon un seul axe : Oy. Ainsi, sans vitesse initiale, la trajectoire est une droite (la verticale) et le **mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré**.

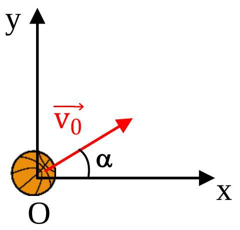
2.1.2. <u>Chute libre avec vitesse initiale</u>



Etudions la chute libre d'un ballon de basket.
La méthode est exactement la même que précédemment, <u>ce sont les conditions initiales qui changent</u>.
Le mouvement étant plan, si l'étude le permet il est judicieux de placer le repère pour qu'il coïncide avec le plan de la trajectoire.
De même, si c'est possible, on centrera le repère sur l'objet à sa position initiale.

Ainsi, on obtiendra : $\overrightarrow{a_G}\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \\ a_z(t) = 0 \end{cases}$ puis $\overrightarrow{v_G}\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} \\ v_y(t) = -g\,t+v_{0y} \\ v_z(t) = 0 \end{cases}$

Et enfin : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_{0x}t + x_0 \\ y(t) = -\frac{g}{2}t^2+v_{0y}t + y_0 \\ z(t) = z_0 \end{cases}$



Remarque : En se plaçant dans les conditions initiales particulières citées précédemment on a : $x_0 = y_0 = z_0 = 0$

$v_{0x} = v_0.\cos(\alpha)$ et $v_{0y} = v_0.\sin(\alpha)$

Les équations horaires deviennent alors : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0\sin(\alpha)t \\ z(t) = 0 \end{cases}$

Le mouvement est bien situé dans un plan.

2.1.3. Equation de la trajectoire

L'équation de la trajectoire est la fonction mathématique qui donne y en fonction de x. Pour la trouver on utilise le vecteur position trouvé précédemment et on élimine la variable temporelle t.

$x = v_{0x}t + x_0$ donc $t= \frac{x-x_0}{v_{0x}}$

donc : $y= -\frac{g}{2}\left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0y}\frac{x-x_0}{v_{0x}}+y_0$

$$y = -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} + \frac{gx_0}{v_{0x}^2}\right)x + \left(y_0 - \frac{gx_0^2}{2v_{0x}^2} - \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x_0\right)$$

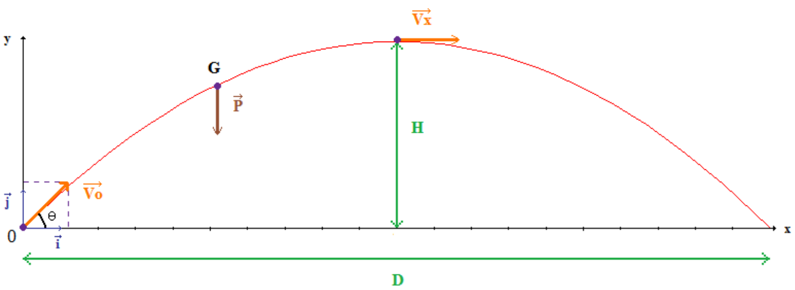
On obtient une équation du type $y = ax^2 + bx + c$, c'est l'équation d'une **parabole**.

Remarque : En se plaçant à nouveau dans les conditions initiales particulières l'équation se simplifie en :

$y= -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2+ \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x$ $y= -\frac{g}{2v_0^2\cos(\alpha)^2}x^2+ \frac{v_0\sin(\alpha)}{v_0\cos(\alpha)}x$

$$y= -\frac{g}{2v_0^2\cos(\alpha)^2}x^2+ \tan(\alpha)x$$

2.1.4. Flèche et portée



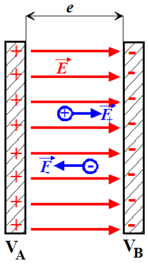
La **flèche** est l'altitude maximale atteinte par le système (H sur le schéma).
On la calcule en résolvant l'équation $v_y(t) = 0$.

La **portée** est la distance horizontale maximale atteinte par le système (D sur le schéma).
On la calcule en résolvant l'équation $y = 0$ mais attention, si $x_0 \neq 0$ il faut alors soustraire x_0.

2.2. Mouvement dans un champ électrique uniforme

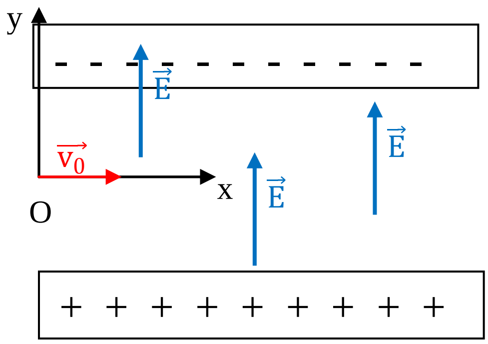
2.2.1. Rappels de 1ère

Une particule de charge q soumise à un champ $\vec{E}$ subit une force électrique $\vec{F_e}$ telle que : $\vec{F_e} = q \times \vec{E}$



Un condensateur plan est constitué de deux plans parallèles, l'un chargé positivement, l'autre chargé négativement. Le champ électrostatique créé entre ces deux armatures est alors uniforme et on a : $E = \frac{U_{AB}}{d}$ avec $U_{AB} = V_A - V_B$: tension entre les deux plaques séparées d'une distance d.

2.2.2. Equations horaires



Etudions le mouvement d'une particule de charge q dans le champ électrique $\vec{E}$ suivant :

Système : la particule de masse m et de charge q.

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces :

- Poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$;
- Force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$;

Pour une particule élémentaire simple comme un électron ou un proton, la masse est tellement faible que le poids peut être négligé devant la force électrique.
Pour la suite de l'étude on se placera dans ce cas.

Application de la 2° loi de Newton :

$\sum \vec{F_{ext}} = m \times \vec{a_G}$ $\qquad \vec{F_e} = m \times \vec{a_G}$ $\qquad q \times \vec{E} = m \times \vec{a_G}$

d'où $\vec{a_G} = \frac{q}{m}\vec{E}$

Par projection sur les axes du repère on a : $\vec{a_G} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = \frac{q}{m}E \\ a_z(t) = 0 \end{cases}$

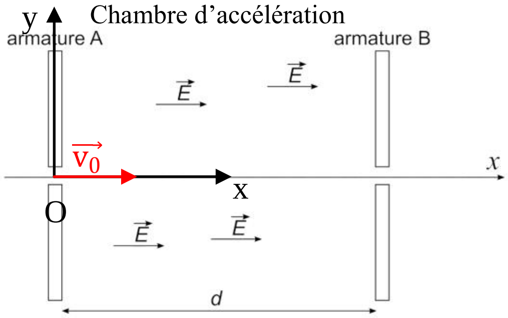
puis par intégration on obtient $\vec{v_G} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{q}{m}E\,t \\ v_z(t) = 0 \end{cases}$ et $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{q}{2m}Et^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$

On retrouve une trajectoire parabolique d'équation : $y = \frac{q}{2mv_0^2}Ex^2$

Remarque : Si q > 0 la particule se déplace dans le sens de $\vec{E}$ donc vers la plaque négative et inversement si q < 0 la particule se déplace vers la plaque positive.

2.2.3. Cas de l'accélérateur linéaire de particules

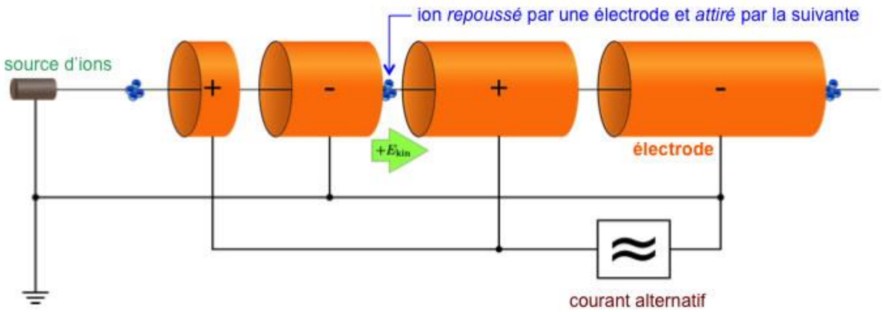
Comme son nom l'indique, c'est un dispositif qui permet d'accélérer des particules chargées et pouvant atteindre de très grandes vitesses (proches de la vitesse de la lumière).
Pour ce faire, les particules sont envoyées dans la chambre de façon à ce que le champ électrique $\vec{E}$ soit colinéaire au vecteur vitesse.



Dans l'exemple ci-dessus, l'armature A est chargée positivement, l'armature B négativement. Une particule chargée positivement arrivant dans la chambre avec la vitesse $\vec{v_0}$ suivant l'axe des x va donc être accélérée suivant l'équation :

$$v_x(t) = \frac{q}{m} E\,t + v_0$$

Le mouvement est uniformément accéléré.



En plaçant différentes chambres d'accélération les unes à la suite des autres et en changeant alternativement les polarités des électrodes (armatures), les particules sont alors accélérées continuellement jusqu'à atteindre la vitesse désirée.

3. Aspects énergétiques

3.1. Définitions des énergies

3.1.1. Energie cinétique

L'énergie cinétique d'un système est l'énergie que possède ce système du fait de son mouvement. Pour un point matériel ou un solide en translation de masse **m** et de vitesse **v**, l'énergie cinétique $\mathbf{E_c}$ a pour expression :

$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2$	E_c en J m en kg v en $m.s^{-1}$

Cette énergie est toujours positive ou nulle !

3.1.2. Energie potentielle de pesanteur

L'énergie potentielle de pesanteur d'un système est l'énergie que possède ce système du fait de sa proximité avec la Terre. L'énergie potentielle de pesanteur $\mathbf{E_{pp}}$ d'un solide de masse **m** et d'altitude **z** a pour expression :

$E_{pp} = m\, g\, z$	E_{pp} en J m en kg g : intensité de pesanteur z en m

3.1.3. Energie potentielle électrostatique

L'énergie potentielle électrostatique $\mathbf{E_{pe}}$ d'un point matériel de charge **q** dans un champ électrostatique uniforme a pour expression :

$$E_{pe} = q\,V_M \quad \left|\begin{array}{l} E_{pe} \text{ en J} \\ q \text{ en C} \\ V_M : \text{potentiel électrostatique au point M en V} \end{array}\right.$$

3.1.4. Energie mécanique

L'énergie mécanique $\mathbf{E_m}$ est la somme des énergies cinétique et potentielles :

$$\boxed{E_m = E_c + \sum E_p}$$

3.2. Conservation de l'énergie

La maxime ***« Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme »*** attribuée à Lavoisier résume bien le principe de conservation de l'énergie :

L'énergie totale (système + extérieur) qui prend en compte toutes les formes d'énergies, se conserve :

$$\boxed{E_{totale} = \text{Constante}}$$

Prenons le cas d'un système en mouvement dans un champ de pesanteur et soumis à des frottements. Les frottements vont dissiper l'énergie du système sous forme de chaleur (énergie thermique) comme dans le cas de corps entrant dans l'atmosphère terrestre.
S'il n'y a pas de forces de frottements alors l'énergie mécanique se conserve et il y a transfert entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.

$$E_m = E_c + E_{pp} = \text{constante}$$

Rappel de 1ère : **Le théorème de l'énergie cinétique**

La conservation de l'énergie a été vue en 1ère au travers du théorème de l'énergie cinétique qui dit que la variation de l'énergie cinétique d'un solide (entre un état final et initial) est égale à la somme des travaux des forces extérieures.

$$\boxed{\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = \Delta Ec = Ec_{finale} - Ec_{initiale}}$$

$W_{AB}(\vec{F}_{ext})$ est le travail des forces qui s'appliquent sur le système.
Pour un déplacement d'un point A à un point B le travail $W_{A\to B}$ d'une force constante $\vec{F}$ est donné par le produit scalaire :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos(\overrightarrow{AB}\,;\vec{F})}$$ avec $W_{A\to B}$ en J ; F en N et AB en m